

# Paradoxy tvorby a jejich uplatnění ve výuce matematiky

Bernard Sarrazy

překlad Michaela Kaslová

**Abstrakt:** Autor dává do souvislosti matematickou tvorbu se třemi následujícími paradoxy: 1) *paradox jednotlivce v kolektivu*, který se dotýká vztahu mezi jedincem a společností; 2) *paradox paměťový*, který charakterizuje dialektiku mezi starým či již známým a novým; 3) *paradox odvahy* (pověření sebe sama objevovat to, co dosud není). Nezkoumáme tedy tolik samotnou tvorbu, jako didaktické a pedagogické podmínky tvorby (čistě uvnitř samotné matematiky). Cílem příspěvku je zbavit tvorbu její mystické dimenze a ukázat význam didaktických a pedagogických dimenzí pro podporu opravdového učení matematice.

**Klíčová slova:** Matematická tvorba, tvoření, paradoxy tvorby

**Abstract:** The author relates mathematical creativity to the following three paradoxes: 1) *a paradox of an individual in a group*, which concerns a relationship between an individual and society; 2) *a mental paradox*, which characterises dialectics between the old or already known and the new; 3) *a paradox of courage* which concerns the authorization of oneself to discover what is not yet in being. Thus, we do not investigate creativity itself but rather the didactic and pedagogical conditions for creativity (inside mathematics itself). The goal of the contribution is to remove the mystic dimension from creativity and to show the importance of didactic and pedagogical dimensions for the support of real learning of mathematics.

**Keywords:** Mathematical creativity, creation, paradoxes of creativity

SARRAZY, B. 2011. Paradoxy tvorby a jejich uplatnění ve výuce matematiky. *Arnica 2011*, 1, 25–32. Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň. ISSN 1804-8366.

Rukopis došel 20. února 2011; byl přijat po recenzi 2. května 2011.

Bernard Sarrazy, Université Bordeaux 2, Bordeaux, Place de la Victoire, République française;  
e-mail: Bernard.Sarrazy@sc-educ.u-bordeaux2.fr

*„Sleduji, jak vám děti stále dávají hádanky, testují svůj důvtip a svoji zvědavost tím, že se vrhají na různé záhady, na puzzle a křížovky s nelíčenou radostí. Je to všeobecný jev, který lze pozorovat v každé zemi a v každé době: jde o určitý druh zvědavosti, která je člověku vrozená a je přirozená, žene ho do řešení hádanek, záhad. Nehledejte v tom nic jiného, devět desetin matematiky – mimo té, která byla uvedena v život praktickou potřebou – tvoří řešení záhad.“*

Jean Dieudonné (1906–1992)  
jeden ze zakladatelů skupiny Bourbaki

## Úvod

„Hotová matematika je mrtvá matematika“ – myšlenka, kterou rozvedeme v příspěvku. Velká část práce učitelů spočívá ve vytváření podmínek pro oživení této hotové matematiky speciálně kvůli žákům. Proto učitelé vytvářejí situace citlivě ukazující žákům užítí, zajímavosti, ... matematiky; té matematiky, které musí své žáky učit. Učitelé ovšem nemohou své žáky v procesu učení zastoupit stejně tak, jako nemůžeme chodit nebo mluvit nebo spát namísto ročního dítěte, i když uděláme vše, abychom žákovi pomohli v procesu učení. V didaktice matematiky jako takové to nazýváme „didaktický kontrakt“ (mezinárodně uznávaný

termín zavedený G. Brousseau 1998). Tento kontrakt je paradoxní proto, že není dodržován a rozpoznán, dokud není porušen: žák se může učit jen tehdy, pokud přijme to, že už nebude učen. Jinak řečeno pokud se žák učí, jen když akceptuje, že se bude angažovat v nějaké aktivitě, která mu umožní se matematiku naučit. Vyučovat tedy znamená vytvářet podmínky pro to, aby u žáka vyvstalo to nové; tvořivost je tedy v práci učitele ústřední: vytvářet matematické problémy a situace (Kaslová 2009, Novotná & Hošpesová 2009, Bureš & Hrabánková 2008) pro to, abychom umožnili žákům objevit nové způsoby jejich řešení.

Takto pojaté tvoření samo o sobě nemusí být tolik zkoumáno, ale musejí být zkoumány především sociální, pedagogické a didaktické (v samotné matematice) podmínky tohoto tvoření. Cílem příspěvku tedy bude: zbavit tvořivost a tvorbu kouzla její mystické i romantické podoby, abychom jí vymezili místo ve všech jejích didaktických (učit již hotové matematice) a pedagogických dimenzích – žít u žáků pocit tvoření jako podmínky a motoru jejich osvojování v matematické aktivitě.

## Tvorba, tvoření a vzdělávání

Tvorba jako náhlé objevení něčeho nového, oceněného, kterému byla přiřazena určitá hodnota (intelektuální

nebo estetická), je fascinující: tvorba nás strhne svým průlomem a okouzluje nás svojí estetikou i v oblasti vědy.

*„Matematika chápaná ve svém přesném vymezení zahrnuje nejen pravdu, ale i maximální krásu, studenou a strohou krásu, jako je u sochy, bez odkazů k nějaké partii naší křehké přírody, bez působení iluze nádherné malby nebo hudby, přesto však čistá a vznešená, schopná tak drsné dokonalosti jakou nám může ukázat pouze velké umění. Duch opravdové radosti, vytržení, pocit být víc než člověk, který je průběžským kamenem nejrozvinutější dokonalosti, musí být nalezen v matematice tak jistě jako poezie.“*

(Bertrand Russel, 1918)

Tvořivost má božský rozměr; tváří se jako živé a konkrétní svědectví velmi citlivé reality, kterou probouzí a která nám uniká, a řekněme to, ve kterou chceme věřit tak, jak rádi věříme v magii manipulátorů a nebo fikci kina. Divadlo samotné nás fascinuje víc, než znalost způsobů jeho produkce, která ničí naše okouzlení z něho. Kdo nikdy nebyl uchváten géniem Dvořáka, Picassa nebo Einsteina nebo, pro nás učitele, divadlem důvtipu našich vlastních dětí, často našich žáků? Vše se jeví tak, jako by se tu odehrávalo něco, co uniká našemu chápání, a je to právě mystérium tvoření, které nás fascinuje a do kterého nechceme příliš proniknout, abychom nezničili tu iluzi; dovoláváme se daru nebo talentu proto, abychom o tom referovali. A) Zdůvodnit tvořivost jako dar nebo talent je ovšem tautologie, jelikož talent je dar od Boha, a kdokoli, jak říká biblická parabola, ho musí využít podle svých možností. B) Tvoření, tvorba nemá původ, protože sama je původní, bude se jevit v opozici k vzdělávání, a tím spíše v opozici k vyučování. Tato koncepce tvořivosti, tvorby je popřením výchovy.

To ale není náš případ: je zřejmé, že neexistuje tvorba, tvoření bez vzdělávání – což je druhá myšlenka příspěvku. Souvislost vzdělávání a tvoření již existovala v sedmnáctém století v díle Jana Ámose Komenského. Všichni známe jeho obhajobu demokratizace vzdělávání podporující pansofismus. *„Veškeré vzdělání musí být umožněno všem bez ohledu na majetek, náboženství nebo pohlaví“*. V díle „Didactica magna“ čili obecné umění učít všemu všechny, publikované v období mezi 1627 a 1632, Komenský představil principy vyučování zaměřené na zájem, hru a přání, principy, které tvoří široký základ moderní pedagogiky.

Tvořivosti a tvorby jako takové se budeme dotýkat o něco méně než podmínek zrodu tvořivosti; z toho vychází teze, kterou budeme obhajovat: **Co se má**

**žák naučit, je přesně to, čemu ho vyučující naučit nemůže a co odpovídá tomu, co musí žák vytvořit.**

Učit se matematiku znamená „dělat matematiku“ (francouzský mezinárodně uznávaný didaktický termín), to není pouhé memorování pouček a aplikování algoritmů ..., ale je to učit se běžnému způsobu jejího užívání pro řešení nových problémů. Tvorba či spíše vyhledávání podmínek pro toto „znovutvoření“ (již hotové a známé) matematiky je ústřední aktivitou vyučujícího.

## Tvorba, tvoření na křižovatce paradoxů

### První paradox

Z pohledu etymologického jde o proces spočívající v probuzení něčeho nicotného, ve zrodu bytí nebo ve vzniku něčeho z ničeho (ex nihilo). Termín tvorba, tvoření příslušel po dlouhou dobu oblasti náboženství: Bůh jako stvořitel světa, šest dní jeho tvorby... Až mnohem později – na konci osmnáctého století toto slovo označuje i soubor vytvořených věcí, jinak řečeno – co je také produktem lidské aktivity. Avšak stále zůstává zachována jedna myšlenka: **jedinečnost toho, co bylo vytvořeno** (proces tvorby právě tak jako její výstup), ale také **jedinečnost tvůrce**. Historie velmi často označuje výtvořky jménem jejich autora: Pythagorova věta, Fermatova domněnka, Poincarého hypotéza, Einsteinova teorie relativity, Bolzanovy paradoxy nekonečna... . Současně vyvstává problém: Jak víme, že je to originální výtvor, první, jedinečný? Nemůžeme to vědět jinak, než podle odkazů na již existující kolektivní produkci; tvorba tudíž neexistuje bez společnosti, která rozpozná výtvor (jako produkt kreativity) v porovnání se svou dosavadní produkcí, tvoření, tvorba, která si zaslouhuje pozornost, protože tvoření, tvorba představuje hodnotu pro lidský život (užitečnost, praktičnost, estetičnost, vědeckost, technika, ...). To je **první paradox**, ze kterého vychází tvorba: **jedinečnost a vzácnost nemohou existovat jinde než uvnitř kolektivu, který je rozpozná a uzná jako takové**. Tvoření/tvořivost je bezpochyby **jev individuální a je ve své podstatě jevem společenským**. Jde tedy o paradox společenský (kolektivní).

### Druhý paradox

První paradox vyvolává i druhý paradox: Jak lze rozpoznat, co je nové? Parafrázujeme Platonův dialog Ménon: Jestliže rozpoznám jeden výtvor jako novinku, je to díky tomu, že ho již znám, protože jsem schopen ho rozpoznat, a pokud ho neznám, nemohu ho rozpoznat jako takový.

Sledujme následující staletí od vzniku nových myšlenek, děl. Historie vědy, malířství, literatury, ...

svědčí o takových případech, kdy díla nebyla odhalena po řadu let (například Kepler). Příkladem je také Bolzano, jehož mnohé práce nebyly dlouho známy a objevily se až po roce 1920. Překonání tohoto paradoxu nás zajímá především ve vzdělávání. Ve skutečnosti není tvorba bez paměti, bez kolektivní paměti děl. Vzdělávání tedy není nic jiného než předávání děl: není tudíž **tvorivostí bez vzdělávání**. To je druhý paradox: **nelze mluvit o tvorbě bez předávání toho, co bylo již vytvořeno, ale zároveň tvorba, tvoření nemůže být předmětem předávání, protože lze předat jen to, co již existuje (nikoli to, co ještě není)**. Jde o jev dobře známý vyučujícím: nové znalosti se nemohou zrodit bez toho, že bychom se odvolávali na znalosti předchozí (staré); tam je zajisté jeden ze zdrojů nerovnosti. Tvorba se nemůže zrodit bez bohatství paměti, nezrodí se z ignorance nebo z naivity tak, jak to někdy slýcháme mimochodem u malých dětí. Mluvme o paradoxu paměťovém.

### Třetí paradox

**Třetí paradox:** je v přímé souvislosti s druhým paradoxem. Jestliže společnost, kolektiv, rodina ... mohou předat pouze to, co již existuje, veškerá tvorba tudíž vyžaduje přestupek, překonání hranic, protože jde o to udělat z neexistujícího existující, zviditelnit to, co bylo skryté. Psychoanalýza dobře ukazuje, že to skryté vede stále neměnný jemný obchod s vědomím a s přáními: jedinec si nemůže přát pouze to, co nemá, co mu uniká, co je mu skryté. Takový je i jeden z hnacích motorů tvorby – hledání vědění: vědět, aby autor si uvědomil, co chybí.

To, co bylo skryté, bylo vždy zakázáno: vybavme si Genesis z Bible, strom poznání, nebo krásný román Umberta Eca *Jméno růže*; pomysleme na děti, na to jak jsou specificky přitahovány zakázaným nebo schovaným. Právě v tomto prostoru se rodí přání vidět to, co Freud nazývá podivným puzením (1987, s. 123). Tvorba je přestupkem: přestupkem norem pro to vidět jinak, přestupkem zákazů dovolujícím sobě samému vidět to, co je zamaskováno. Tedy přestupek – a tudíž i tvorba – nemůže být výstupem výslovného příkazu, poslušným plněním nějakého nařízení: *Neposlouchejte!* Thomas Khun (1983) dal neposlušnost do souvislosti s „vědeckou revolucí“, „revolucí“ ve smyslu uvažovat o věcech jinak, vidět je pod jiným úhlem. To byl i případ Andrew Wilese, který zkoumal Fermatou domněnku z pohledu prací Galois a Taniyama-Shimura (Singh, 1998).

Třetí paradox: **Tvořit znamená autorizovat se, rozhodnout se být autorem, tedy přijmout postoj, odvahu toho, „kdo zakládá a staví“** – latinské slovo „*auctor*“

označovalo Boha, Boha stvořitele. Zplnomocnit sám sebe k porušení zaběhnutého však předpokládá, že je jedinec autonomní a svobodný; ovšem taková svoboda může existovat pouze v rámci kolektivní kultury.

**Tvořit znamená odvázat se** a zplnomocnit sám sebe, pověřit se k objevení toho, co dosud není. Sebepověření, zplnomocnění vytvářejí napětí mezi *poslušností a přestupkem*:

a) poslušností proto, že bez pravidel není tvorba možná, pravidla vymezují prostor nezbytné svobody pro tvorbu (je to zpravidla pravdivé v matematice), b) přestupkem proto, že tvorba není reprodukce.

Zmíněný paradox nachází své filosofické vyjádření ve slavné Kantově větě charakterizující myšlenky osvícenství: „*Myslete jakkoli chcete a o čem chcete; ale podřídte se!*“ (1991, s. 50) Hráč hokeje, malíř, hudebník, právě tak jako matematik je svobodný ve svém způsobu hry, ale už ne ve vymezení hry, které se účastní; jeho svoboda hrát je možná pouze tehdy, když se podřídí pravidlům, která určují podmínky možností jeho hry v srdci společnosti (matematiků, hokejistů, kuchařů, romanopisců, ...). **Prostor pro tvorbu se nachází mezi dvěma póly: mezi svobodou jednotlivce a kolektivními omezeními vlastní hry, mezi strukturální dimenzí hry a způsobem hry.**

Tvorbu jako produkt nelze redukovat na pouhou novinku, musí také vykazovat zájem, hodnotu pro určitou instituci nebo společnost, ve které se vyskytuje: tvorba je stále setkáváním kultury s daným momentem a je jedinečným přáním jedince živeným zeminou této kultury. **Tvorba, tvoření v tomto smyslu je klasický jev vyučovacího procesu:** vyučující (často potichu) třídí to, co musí být uchováno a co může být zapomenuto (ostatně tak jako se tvoří didaktická paměť třídy – Brousseau, 1998). Prostor tvorby má tedy cenu pro vyučujícího: cenné novinky nebo okrajové novinky, cenu možného náhlého objevení – toho, co J. Giroux (2008) nazývá „atypická chování“, která charakterizuje následovně: „1) *mají okrajový charakter, 2) jsou neadaptovaná na nátlak, 3) jsou specifická k záměrům matematických situací*“, tedy v tomto ohledu je lze považovat jako náležící didaktice. „*Jsou (podle něho) neslučitelná s neúčinným chováním nebo s chováním neodpovídajícím předloženému problému, (atypická chování) svědčí o antagonistickém rozměru role prostředí (didaktické situace) a vyplývají tudíž z osvojování cíle daného situací*.“

Z toho plyne, že **matematická tvorba vyžaduje pohyb**, lépe řečeno svobodný prostor omezený „dveřními panty“, bez jejichž pohybu se dveře nemohou otevřít a jejich případná přílišná vůle dveře neuzavře. Tvorba, tvoření neporušuje pravidlo/a, ale způsob jeho/jejich



užití: jelikož sama znalost pravidla neumožňuje vědět, jak se má pravidlo používat.

### Tvorba jako antropologický problém

Můžeme říct, že tvorba je jevem antropologickým, úzce spjatým se vzděláváním, spočívajícím v tom, že se v něm rodí novinka, která je považovaná v daném momentu jako užitečná pro kulturu a která bude jako taková rozpoznána institucí vybavenou kolektivní pamětí. Tvorba se nalézá se na křižovatce tří paradoxů:

- *Paradox kolektivu* je paradox, který klade otázku týkající se vztahů mezi individuem a institucí nebo společností;
- *Paradox paměťový*, který charakterizuje dialektiku starého nebo již známého a toho nového;
- *Paradox autorizace*: tvořit je pověřit sebe samého k objevení něčeho, co dosud neexistuje; toto pověření uvádí do dialektického napětí poslušnost a přestupek. Bez zákona, ani bez norem není tvorba možná: člověk jako žák je zároveň nezávislý a podřízený. Jeho svoboda je možná, jen pokud jde o dobrovolné přijetí souboru nařízení, která vymezují prostor pro jeho tvorbu.

**Tři zmíněné paradoxy tvorby jsou také základem každého vzdělávacího aktu, jsou zjevnější hlavně v matematickém vzdělávání,** jsou základem výuky matematice. Jestliže důkaz/zkouška je středem naší matematické aktivity, pak tedy: 1) Žák nemůže být sám (dokazuje se stále něco někomu) (paradox kolektivní). 2) Důkaz vyžaduje znalost technik, algoritmů, vět (paradox paměťový). 3) Žák se musí odvážit najít nová užití pro upevnění, aby to zvládl originálně dokázat (paradox autority).

### Matematické vzdělání: tvorba, tvoření nebo reprodukce

Vzdělávat je předávat mladé generaci to, co předchozí generace vyprodukovaly, aby se žáci mohli zařadit do daného společenství, ve kterém budou muset nezbytně žít. Je to proto, že dítě je nehotové, je závislé, je nevědomé, musí být vzděláváno. Vzdělavatel, ať je to rodič nebo učitel předvádí příklady, vysvětluje, uvádí důvody, dává zákazy, sděluje, co se dělá a co ne, ale nikdy nezmůže nic ve svém vzdělávacím záměru sám bez spolupráce dítěte.

Ve skutečnosti to, co učitel očekává, není pouhá poslušnost, respekt k tomu, co sám řekl, není to ani imitace toho, co bylo žákovi předvedeno, není to ani pouhé memorování pravidel, která učil, ne, **je to zvláštní užití toho, čemu je učil, co jim řekl, ukázal – užití v situacích, které nikdy nenavodil.** Je to tedy to, co

může být v učení považováno jako druh normativní tvorby: a) tvorby, tvoření – poněvadž jedinec prozkoumává nové prostory, objevuje nová řešení problémů, b) normativu, poněvadž způsob, jakým se to má udělat, musí odpovídat pravidlům, která definují prostor jeho „hry“ – tak jako hráč fotbalu může vytvořit způsob hry, ale také jen v rámci úmluv, které jsou obsaženy v pravidlech hry a které naopak definují jeho svobodu hry. **Rozdíl mezi dobrým a špatným žákem se nezakládá na znalostech algoritmů, ale spočívá ve způsobu jejich užití.**

Vyučující se nemýlí v tom, když říká žákovi: „Naučil ses látku, ale nepochopil jsi to.“ Samozřejmě, učit se je memorovat, ale naučené se u žáka typicky projevuje především prací s využitím zvyklostí, které jsou vytvářeny naučenými pravidly. **Žákovská tvorba je tedy středem zájmu práce vzdělavatelů a učitelů, protože tvorba je současně nástrojem i kritériem jeho učení.** Ve skutečnosti je to v rozvíjení a v řešení nových problémů (jak ukázal Piaget), tím se žák učí, ale také jakmile je žák vyřeší, učitel se dozví, že se to žák naučil a že pochopil pravidla, větu nebo algoritmus.

Idea dítěte tvůrce není nová, ale přišla v historii poněkud pozdě: tato idea se zrodila v osmnáctém století v osvícenství se sociálním kontraktem; a tato myšlenka je jedním ze základů aktivní pedagogiky. Vzpomeňme si na to, co napsal J. J. Rousseau v Emilovi (1966, s. 112):

„*Neví nic, protože vy jste mu to řekl, ale ví to, protože on to pochopil.*“ Dalo by se říct, že Rousseau předběhl ducha didaktik takových, jak se rozvíjely na konci šedesátých let v teorii didaktických situací (Brousseau 1998) tím, že nabídl takový druh metody, která umožňuje žákovi samému porozumět „vytváření vědy“.

„*Udržujete dítě v závislosti na věcech.... nestavte mu svévolně fyzické překážky nebo tresty plynoucí z takových aktivit .... zkušenost nebo nemožnost musejí být jeho jedinými zákony poznání.*“ (Rousseau 1966, s. 101). Jeho myšlenka je přesná, protože učení umožňuje obnovit jedinečný způsob vidění, pohled, kterému můžeme učit, ale který nelze vynucovat, což je podobné stavu utrpení: celý svět ví, co je utrpení, je jedinečné a nemůže být zjevné, i když je každý u trpícího vytuší, a je především nemožné, aby kdokoli trpěl místo trpícího; lze mu pomoci, můžeme se pokoušet ho utišit, ..., ale nemůžeme za něj trpět.

Myšlenka dítěte – tvůrce bude následně vystřídána novými pedagogickými směry v základě prameníci z běžného romantismu; bude také podpořena konstruktivismem Piageta, který říká: „*Vše, čemu dítě*

učíme, mu brání objevovat.“ Piaget měl pravdu: děti mají výjimečnou plasticitu ve svém chování, děti stále vyhledávají výzvy k soutěži, vymýšlejí nové problémy a vytvářejí nové formy adaptace na tyto situace, bez ustání znovu a znovu začínají v tvoření problémů čím dál tím komplexnějších. Ale to, co Piaget nepopsal, protože se tím nezabýval, jsou podmínky, za kterých se žák může setkat s reálnými problémy, které mu umožní osvojit si exaktní matematické znalosti. Ignorovat tyto podmínky znamená dospět k izolaci tvorby v její edukační i kulturní dimenzi a k jejímu uvržení do ideologie nadání jako daru (viz 1.) V tomto chybějícím bodě Piagetovy teorie se koncem šedesátých let dvacátého století zrodila teorie didaktických situací. Jaké vlastnosti mají mít situace, aby měli žáci možnost naučit se to, co jim nemůžeme vstřípnout přímo, ale co nicméně představuje matematickou podstatu dané aktivity? Hledat, uvažovat, konfrontovat své přesvědčení, hledat příčiny, vytrvat, přesvědčovat, dokázat, ... jedním slovem „**dělat matematiku**“.

Shrneme-li vztah matematického vzdělávání a tvorby, pak vidíme tři základní myšlenky: 1) První: Učit se matematice předpokládá u žáka především **setkat se s možností** dělat matematiku; to, co je třeba studovat, jsou podmínky toho, co znamená „dělat matematiku“, a tím se má zabývat didaktika matematiky. 2) Druhá: Učit se matematice znamená „**učit se** dělat matematiku“ – tedy dokazovat svá tvrzení a ne pouze aplikovat pravidla. 3) Třetí: Matematická tvorba spočívá v **užívání nových pravidel** (algoritmů a větách), což spadá do otázek, kterými se zabývá „didaktický kontrakt“ (mezinárodně uznávaný didaktický termín, Brousseau).

Didaktický kontrakt mezi pravidlem a tvorbou představuje součást teoretického základu tvorby. Učitel učí např. pravidlo a očekává od žáka učení – jeho nové použití. Avšak to, co se žák musí naučit (např. užití pravidla v nových situacích), to nelze naučit. Žák tedy musí přistoupit na to, že již není dál učen (aplikovat) proto, aby se naučil (normativní tvorba), musí být aktivní. Učitel musí tudíž vytvářet podmínky pro to, aby žák zvládl to, co mu nelze sdělit.

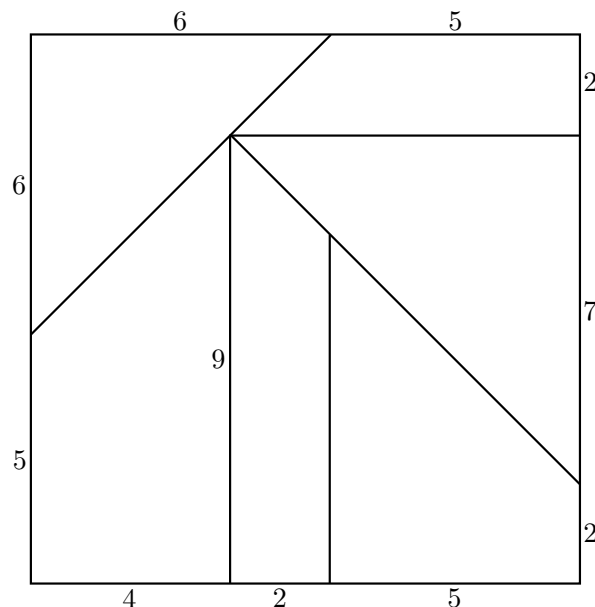
### Didaktické podmínky tvorby

Příklad je vybrán z práce G. Brousseau (1998). Situace je ze studie lineárních aplikací:

#### Zvětšování skládanky.

**Zadání:** „Zde máte skládanku. Vyrobité podobnou, ale větší, než je tento model, a budete respektovat následující pravidla: Úsečka, která měří 4 cm na

modelu, musí měřit 7 cm v té vaší skládance. Každé skupině o 5 až 6 žácích dám jednu skládanku jako vzor, každý žák skupiny musí vyrobit nejméně jeden díl nové skládanky. Jakmile budete hotovi, musíte složit z vašich dílů stejný tvar, jako je na modelu.“



**Průběh:** Po krátkém soustředění ve skupinách se žáci oddělili. Učitel vyvěsil na tabuli zvětšený model složené skládanky. Téměř všichni žáci si mysleli, že je třeba prodloužit úsečky o 3 centimetry ve všech směrech. Výsledek byl samozřejmě takový, že zvětšené dílky ve skupině k sobě nepasovaly.

V popsané situaci dobře vidíme, že se žáci mohou učit v interakci této situace; situace umožňuje (mimo jiné) zrušit model opírající se o součet: když přiřadíme  $4 \rightarrow 7$  ( $4 + 3 = 7$ ), tak také  $5 \rightarrow 8$  ( $5 + 3 = 8$ ). Kdyby byla práce omezena jednou skládankou pro jednoho žáka, abychom ilustrovali proporcionalitu, naučili by se žáci to samé? Jistě! Žáci by se naučili stejné funkce, stejné matematice, ale v první situaci se naučí ještě něco navíc: způsob, jak „dělat matematiku“; připomeňme, že je to také díky manipulaci, střihání, porovnávání. To také pomohlo Galileovi vypracovat vzorec, který umožnil hodnotit aproximativně povrch cykloidy.

Díky popsanému příkladu vidíme, že když učitel vyučuje pravidla, žák se současně učí (nikoli izolovaně) způsobu, jak „dělat matematiku“ aniž by mu byla explicitně vysvětlována, což je velmi blízké „praktickému smyslu“ tak, jak je uvedeno v teorii P. Bourdieu (1984). Zmíněný způsob praktikování matematiky přispívá k tomu, co lze nazvat vyučováním matematice, které determinuje (nikoli mechanicky) pozdější užívání naučených pravidel. Jde tedy o to, abychom

se zaměřili na to, co F. Conna (1999) nazývá „dát dělat matematiku“ (faire faire les maths): je to jeden z hlavních cílů teoretizace didaktických situací.

Napětí mezi dvěma aspekty (pravidlem a užitím) je často ve střetu zájmu těch, kteří usilují o zlepšení vyučování matematice, a způsob pozorování jejich vztahů je obecně předmětem diskuse podle toho, jaký akcent byl kladen na jeden či druhý aspekt této opozice.

- Jednak se klade důraz na vyučování **pojmu** a podtrhuje se zájem o **procvičování** a o **nácvik** řešení zadaných problémů, umožňující znovu **aplikování a opakované uložení a procvičení již naučených znalostí**.
- Jednak se klade akcent na **matematickou kulturu**, na **možnosti žákovské tvorby** a na **konstrukci znalostí**.

Tato opozice představuje hranici mezi tak zvanou „aktivní“ pedagogikou a pedagogikou „klasickou“ a zároveň znejasňuje učitelskou práci: *Mají „pěkně naplnit“ žákovské hlavy, nebo vypracovat hlavy „pěkně udělané“* podle vyjádření Michela de Montaigne? Doufejme, že obojí! Domnívám se, že to je jedna ze současných slepých uliček vyučování matematice. Jedna z možných příčin spočívá v tom, že debata o tom je kontraproduktivní a didakticky špatně vedená. Proč? Protože znalost algoritmů nedeterminuje o nic víc aritmetické znalosti, než pravidla šachů determinují zvládnutí samotného hraní šachů. Idea je sice prostá, ale není triviální.

## Závěry

Kam směřovat vyučování? Máme plnit hlavy nebo hlavy dobře zformovat? Máme hledat dobré zvládnutí algoritmů nebo umožnit žákům být kreativními a užívat algoritmy v nových situacích? Tyto otázky nejsou jen vědecké, ale i noblesně politické, jelikož nevyhnutelně vedou k posouzení, jaký typ mužů a žen má působit ve školách. I když se oba modely učení jeví společně užitečné, vyskytují se v paradoxním vztahu. Nalézáme zde „paradox tvorby“ vyvolaný na počátku. Nyní lepe chápeme, jak se může spřádat drama, které se odehrává u nejslabších žáků: oslnění ujišťováním o efektivitě algoritmu se sami neodvažují pustit se do jejich samostatného tvořivého užití v odlišných situacích – na rozdíl od těch, se kterými se setkali na počátku (podobně jako žák, kterému Mistr ukazuje Měsíc a žák sleduje prst).

Teorie didaktických situací se zrodila z teoretizování a z vědecké studie podmínek umožňujících překonání tohoto paradoxu; jakkoli je jeho rozpoznání ve světě vědy významné, zůstává stále šíření paradoxu

i jeho užití v přípravě učitelů značně omezené – jak prokázala studie A. Marchiva (2007). Máme litovat? Zajisté, protože výuka budoucích učitelů je důležitá páka umožňující učitelům se dostat ze špatně zahájené debaty o pojetí vyučování: mezi „dobře udělanou hlavou“ a „dobře naplněnou hlavou“. Víra v kreativitu žáka je pro učitele základní, ale tato pedagogická humanistická víra často zanechává učitele bezradné, když se jedná o vytvoření podmínek pro matematickou tvorbu: pouhá vůle je neúčinnou zbraní v boji s ignorancí a s nepochopením ze strany žáků.

Bylo by vhodné značně zvýšit didaktickou kulturu učitelů, ale bylo by chybné si myslet, že by měla převažovat nad pedagogickými ideály. To by byla podle mne vážná chyba, protože učitelé jakož i žáci potřebují jak jistotu, tak iluze.

Jestliže didaktik přispívá k ujasnění možných podmínek pro tvorbu nového vědění žáka (podmínky, které nezávisejí na žákovi, ale na kultuře), má odpovědnost za přípravu socioafektivních podmínek pro to, aby se žáci mohli zapojit do dobrodružství, které nemůže nikdo prožít místo nich: dobrodružství – znovu vytvořit svět za jeden den a vydat se na jeho dobytí. Jak si pak můžeme představit, že by mohli nadále vytvářet nové, když nikdy neměli možnost prožít osobně tuto zkušenost? Toto je náš vznešený úkol: zorganizovat podmínky pro možnou matematickou kreativitu.

## Literatura

- BOURDIEU, P. 1984. *Le sens pratique*. Les Editions de Minuit, Paris. 474 pp.
- BROUSSEAU, G. 1986. *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. [Thèse pour le doctorat d'état] Université de Bordeaux I, Bordeaux, 481 pp.
- BROUSSEAU, G. 1989. Utilité et intérêt de la didactique des mathématiques pour un professeur de collège. *Petit x*. 21: 47–68.
- BROUSSEAU, G. 1998. *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage, Grenoble. 395 pp.
- BUREŠ, J. & HRABÁNKOVÁ, H. 2008. Création d'énoncés de problèmes par les élèves. In *XXXVe Colloque national des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques. Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème?* Bordeaux-Bombannes.
- CONNE, F. 1999. Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne. In G. Lemoine, F. Conne (eds.). – *Le cognitif en didactique des mathématiques*. Presses de l'Université de Montréal., Montréal: 31–69.
- FREUD, S. 1987. *Trois essais sur la théorie sexuelle*. Gallimard, coll. Folio essai, Paris, 211 pp.

- GIROUX, J. 2008. Conduites atypiques d'élèves du primaire en difficulté d'apprentissage. *Recherches en didactique des mathématiques* 28(1): 9–62.
- KASLOVÁ, M. 2009. Outdoor Mathematics. In Novotná, J., Moraová, H. (eds.) *Proceedings The development of Mathematical Understanding*, SEMT, Charles University, Prague: 275–276.
- KUHN, S. T. 1983. *La structure des révolutions scientifiques*. Flammarion, coll. Champs, Paris, 284 pp.
- MARCHIVE, A. 2007. *La pédagogie à l'épreuve de la didactique : approche historique, recherches empiriques et perspectives théoriques*. Presses Universitaires de Rennes, Rennes.
- NOVOTNÁ, J. & HOŠPESOVÁ, A. 2009. Effet Topaze et liaisons dans les pratiques des professeurs de mathématiques [online]. *Congrès Education mathématique Francophone (EMF2009)*, Dakar. Dostupné na www: <[http://www.fse.ulaval.ca/ldeblois/pdf/Novotna\\_Hospesova.pdf](http://www.fse.ulaval.ca/ldeblois/pdf/Novotna_Hospesova.pdf)>.
- RUSSELL, B. 1918. *Etude des mathématiques, dans le mysticisme et la logique, et autres essais*. Longmans, Green, Londres.
- SINGH, S. 1998. *Le Dernier théorème de Fermat*. J. C. Lattès, Paris, 336 pp.